波動について

山崎尋紀　山崎高幸　植田浩一郎　三浦正史　堀内義文

<はじめに>

波動は物体とは違い、波を衝突させても衝突後は元の形のまま進んでいく。これは波の独立性と重ね合わせの原理で説明でき、波動特有の現象である。我々は、波の現象の中で波の干渉と代表的な波動である音波の性質について調べてみた。

Ⅰ波の干渉

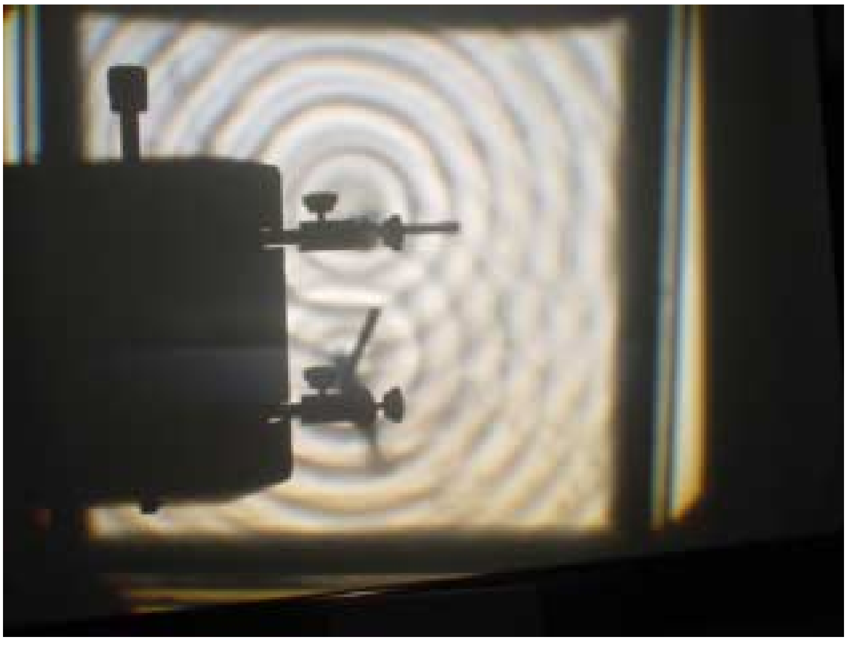
<はじめに>

　同じ音が出ているスピーカーを２つ少し離して並べて音を聞くと、音源からの距離に差がないのに聞く場所によって聞こえる音の大きさが異なるという現象が起きる。これは音が音波という波の一種であることと関係し、波の干渉とよばれる現象による。しかし音は目に見えず何が起きているかわからないので、同じく波の一種である水波を用いて調べてみることにした。

<水波投影機を用いた波の干渉の様子の観察>

水波投影機を用いて振幅、周期、波長の等しい２つの波を位相差を変えて干渉させた。
以下の図がその時の干渉の様子である。

（図１）位相差０のときの干渉の様子

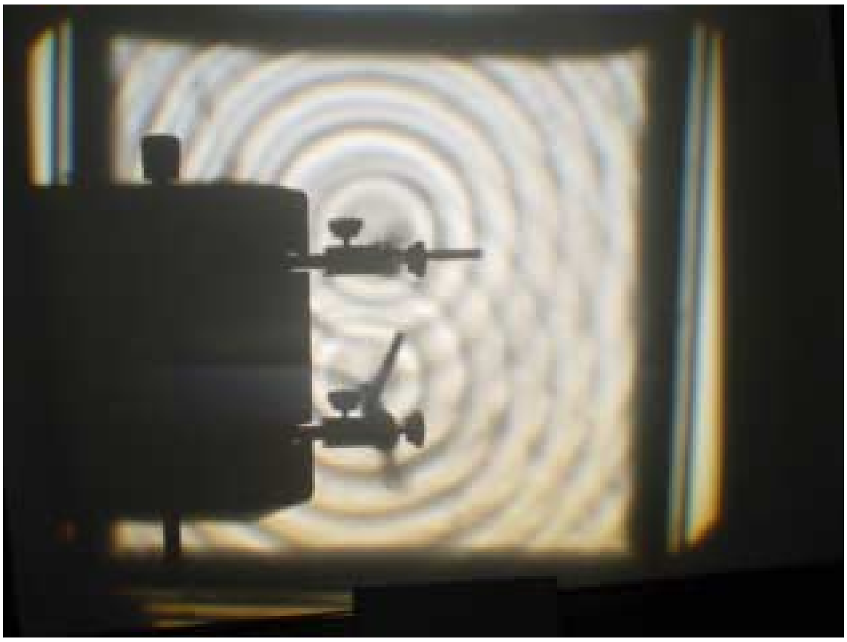


実線：振幅最大
点線：振幅ほぼ０

（図２）位相差π/２のときの干渉の様子

実線：振幅最大
点線：振幅ほぼ０

（図３）位相差πのときの干渉の様子



実線：振幅最大
点線：振幅ほぼ０

＜わかったこと＞

位相のみが異なる波を干渉させると常に振幅が最大の部分と常に振幅が０の部分ができる
また位相差が異なると干渉の様子も異なってくることが分かる。
その理由について以下に示す。

＜位相のみが異なる時の波の干渉について＞

振幅 A、周期 T、波長λ、初期位相θ_1の波の時間ｔ、波源からの距離 r_1 での変位を y_1
振幅 A、周期 T、波長λ、初期位相θ_2の波の時間ｔ、波源からの距離 r_2 での変位を y_2
とおくと、干渉させたときの合成波の変位ｙは重ね合わせの原理より

$y=y_1+y_2=A\sin\{2\pi(t/T-r_1/\lambda)+\theta_1\}+A\sin[2\pi(t/T-r_2/\lambda)+\theta_2]$　と表せ、
和と差の積の公式を用いると以下のようになる

$y=2A\sin\{2\pi t/T-\pi(r_1+r_2)/\lambda+(\theta_1+\theta_2)/2\}\cos\{\pi(r_2-r_1)/\lambda+(\theta_1-\theta_2)/2\}$
t を変数とし、ある地点 r_1、r_2 における波の上下動の様子について考える
ここでは　$|2A\cos\{\pi(r_2-r_1)/\lambda+(\theta_1-\theta_2)/2\}|$　が振幅となり、
r_2-r_1　の値によって振幅が決まるのでその双曲線上では振幅が等しい
特に　$\pi(r_2-r_1)/\lambda+(\theta_1-\theta_2)/2=\pi/2+\pi\times m$（mは整数）となる点では
$|2A\cos\{\pi(r_2-r_1)/\lambda+(\theta_1-\theta_2)/2\}|$　が０となるので
$y=2A\cos\{\pi(r_2-r_1)/\lambda+(\theta_1-\theta_2)/2\}\sin\{2\pi t/T-\pi(r_1+r_2)/\lambda+(\theta_1+\theta_2)/2\}=0$
つまり　$r_2-r_1=(m+1/2)\lambda+(\theta_2-\theta_1)\lambda/2\pi$　となる点では常に波はおきない
また　$\pi(r_2-r_1)/\lambda+(\theta_1-\theta_2)/2=\pi\times m$（mは整数）となる点では
$|2A\cos\{\pi(r_2-r_1)/\lambda+(\theta_1-\theta_2)/2\}|$　が最大値２A となり
$y=2A\sin\{2\pi t/T-\pi(r_1+r_2)/\lambda+(\theta_1+\theta_2)/2\}$　となるので
$r_2-r_1=m\lambda+(\theta_2-\theta_1)\lambda/2\pi$　となる点では波は最も強め合う

ここまでは位相差のみについてみてきたが、波には他にもさまざまな要素がある
それらを変化させたときについても調べてみた

＜振幅のみが異なる場合＞

振幅 A_1、周期 T、波長λ、初期位相 0 の波の時間ｔ、波源からの距離 r_1 での変位を y_1
振幅 A_2、周期 T、波長λ、初期位相 0 の波の時間ｔ、波源からの距離 r_2 での変位を y_2
とおくと、干渉させたときの合成波の変位ｙは重ね合わせの原理より

$y=y_1+y_2=A_1\sin\{2\pi(t/T-r_1/\lambda)\}+A_2\sin[2\pi(t/T-r_2/\lambda)]$　と表せ
加法定理を用いて展開してまとめると

$y=(A_1\cos 2\pi r_1/\lambda+A_2\cos 2\pi r_2/\lambda)\sin 2\pi t/T-(A_1\sin 2\pi r_1/\lambda+A_2\sin 2\pi r_2/\lambda)\cos 2\pi t/T$
ここで　$A^2=(A_1\cos 2\pi r_1/\lambda+A_2\cos 2\pi r_2/\lambda)^2+(A_1\sin 2\pi r_1/\lambda+A_2\sin 2\pi r_2/\lambda)^2$
　　　　　$=A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos 2\pi(r_1-r_2)/\lambda$　とすると
$y=A\cos\alpha\sin 2\pi t/T-A\sin\alpha\cos 2\pi t/T$　となり
合成して　$y=A\sin(2\pi t/T-\alpha)$　となる
よって振幅Aは r_1-r_2 の値によって決まり、その双曲線上では振幅が等しい
特に、$r_1-r_2=m\lambda$（mは整数）となる時、振幅は最大値 A_1+A_2 をとり、

$r_1-r_2=(m+1/2)\lambda$（mは整数）となる時、最小値｜A_1-A_2｜をとる

＜周期のみが異なる場合＞

振幅 A、周期 T_1、波長λ、初期位相θの波の時間ｔ、波源からの距離 r_1 での変位を y_1

振幅 A、周期 T_2、波長λ、初期位相θの波の時間ｔ、波源からの距離 r_2 での変位を y_2

とおくと、干渉させたときの合成波の変位ｙは重ね合わせの原理より

$y=y_1+y_2=y=A\sin\{2\pi(t/T_1-r_1/\lambda)+\theta\}+A\sin[2\pi(t/T_2-r_2/\lambda)+\theta]$　と表せ、

和と差の積の公式を用いるとこうなります

$y=2A\sin[\pi\{t(1/T_1+t/T_2)-(r_1+r_2)/\lambda\}+\theta]\cos[\pi\{t(1/T_1-1/T_2)-(r_1-r_2)/\lambda\}]$

t を変数とし、ある地点 r_1、r_2 における波の上下動の様子について考えると、

式から振幅が一定となる点は存在せず、周期が異なる２波の干渉は非常に乱れるとわかる

＜波長のみが異なる場合＞

振幅 A、周期 T、波長 λ_1、初期位相θの波の時間ｔ、波源からの距離 r_1 での変位を y_1

振幅 A、周期 T、波長 λ_2、初期位相θの波の時間ｔ、波源からの距離 r_2 での変位を y_2

とおくと、干渉させたときの合成波の変位ｙは重ね合わせの原理より

$y=y_1+y_2=y=A\sin\{2\pi(t/T-r_1/\lambda_1)+\theta\}+A\sin[2\pi(t/T-r_2/\lambda_2)+\theta]$　と表せ、

和と差の積の公式を用いるとこうなります

$y=2A\cos\{\pi(r_2/\lambda_2-r_1/\lambda_1)\}\sin[\pi\{2t/T-(r_2/\lambda_2+r_1/\lambda_1)\}+\theta]$

t を変数とし、ある地点 r_1、r_2 における波の上下動の様子について考える

この波の振幅は $r_2/\lambda_2-r_1/\lambda_1$ の値によって決まる

特に、$r_2/\lambda_2-r_1/\lambda_1=m$（mは整数）の時、振幅は２A で最大

　　　$r_2/\lambda_2-r_1/\lambda_1=m+1/2$（mは整数）の時、振幅は０で最小となる

特にm＝０の時、$r_2/\lambda_2-r_1/\lambda_1=0$　となる点では振幅は最大値２A となるが、

この点の集合はアポロニウスの円となる

＜まとめ＞

最初は位相差のみで単純だったが、周期や波長が異なると、とても複雑になると分かって面白かった。今回は実験装置が無く、実際に実験ができなかったので、今度、周期や波長が異なる場合について実際に実験してみたいと思う。また、変化させる要素を組み合わせたときにどのように波が乱れるかも調べてみたいと思う。

音の決定要素は何か

＜はじめに＞

身近な波動の代表的なものとして音波や光波があります。ここでは音について調べてみたいと思います。音には声、楽器、騒音、雑音などさまざまですがそれらを構成するものはいったい何か。また音の性質の違いは何に影響されるのでしょうか。

音の三要素は高さ（振動数）、大きさ（振幅）、そして音色です。振動数、振幅については前述した法則通りなので固有の音を作る音色、つまり波形について調べます。また、波の干渉を音にも応用し、オシロスコープのデータを元にして、２個以上の正弦波を重ね合わせてそれぞれの音色に近いものを作り出せないかと考えました。

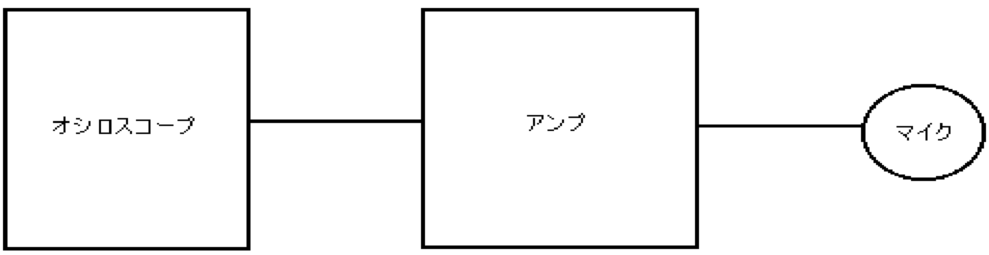
＜理論＞

倍音の考え方

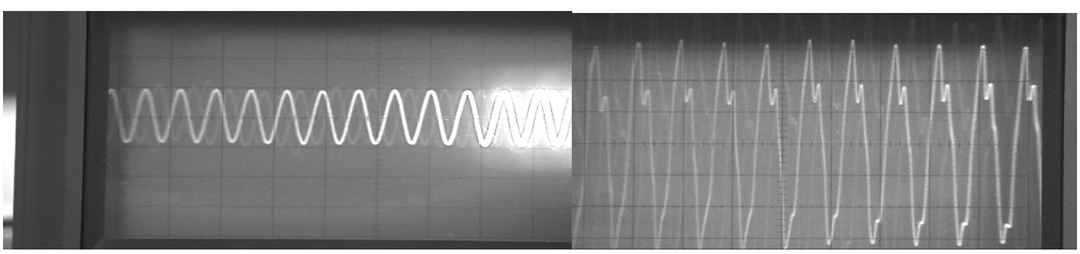
管楽器で管の中の一端で空気振動を起こすと音速で多端まで振動が伝わり反射して戻ってきます。この行きと帰りの空気振動が干渉し合って定常波を作り、腹と節ができます。管の両端が開いていた場合両端が腹、中央が節となります。これを開管といいます。また、どちらか一方が閉じていた場合閉端では空気が振動できないので必然的に節となり、開端が腹になります。これを閉管といいます。基音による空気振動回数の整数倍の音を倍音といいます。開管は腹から始まり腹で終わるので整数倍音を出すことができますが、閉管は節から始まり腹で終わるので偶数倍音を出せず奇数倍音しか出せません。

＜実験＞

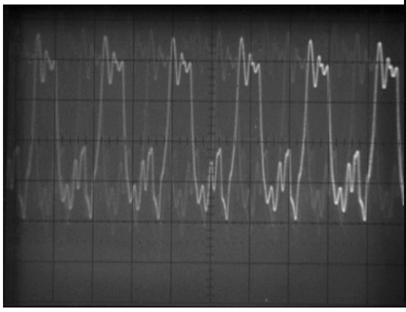
振動を電気信号に変え、アンプを使用して増幅し、振幅を見やすい大きさにしてオシロスコープで観察する。マイクを使い直接音を拾う。なるべく雑音が入らないようにして安定し見やすい波形を撮るように工夫した。



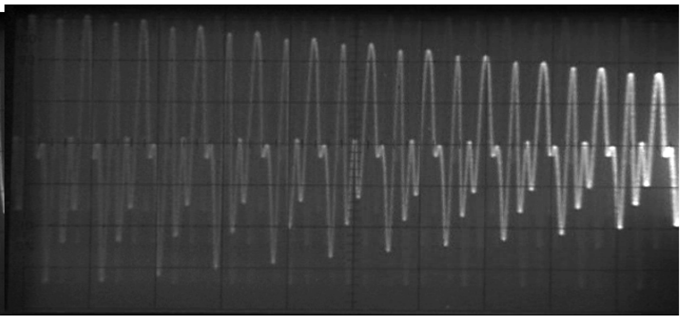
＜結果＞　　（オシロスコープの波形）



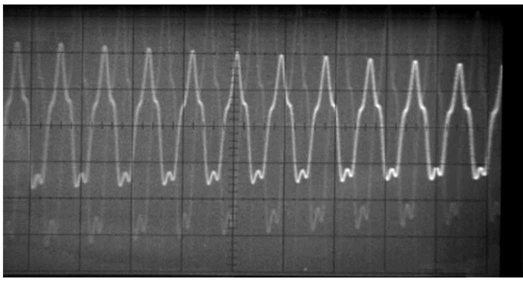
おんさ（正弦波）　　ピアノ



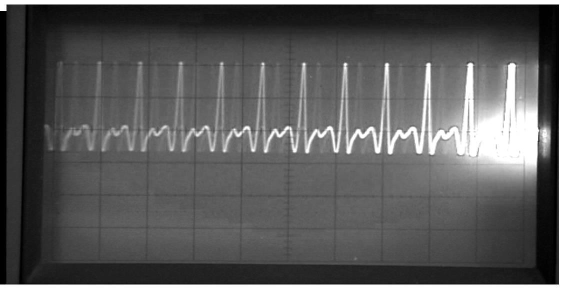
ギター



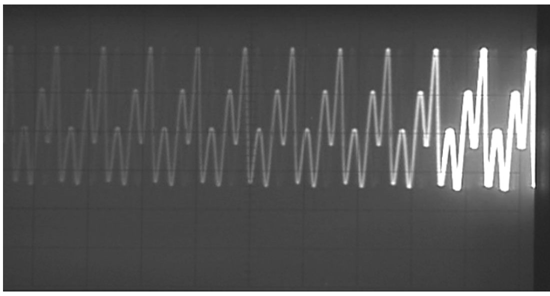
バイオリン



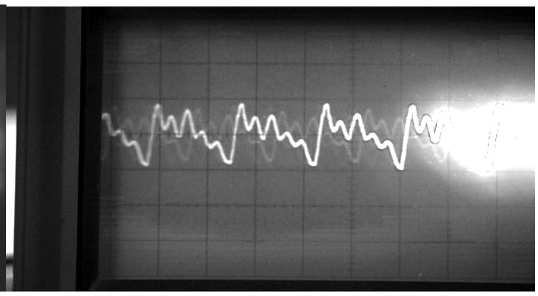
マリンバ



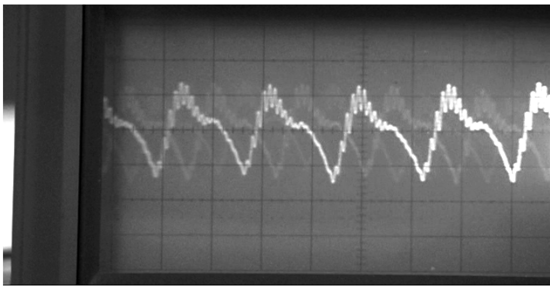
トランペット



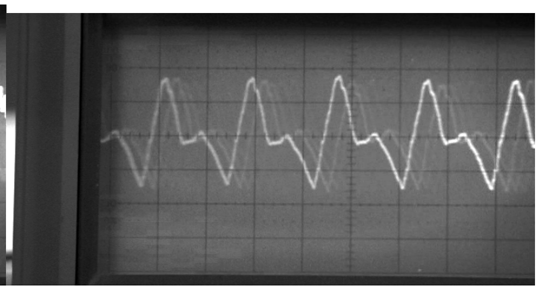
クラリネット



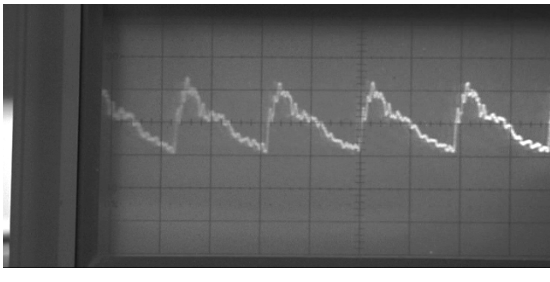
声（あ）



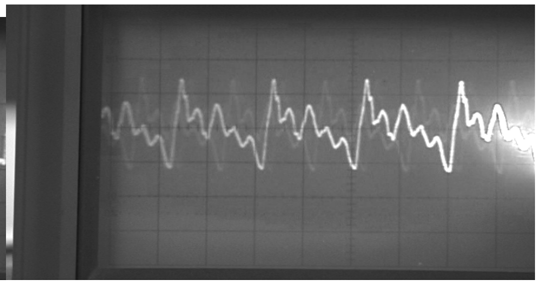
声（い）



声（う）



声（え）



声（お）

＜分析＞

①波形を見てわかること

- ピアノ、マリンバは正弦波に近い。　・ギターは短い振動と長い振動を繰り返す。
- バイオリンは比較的きれいな波形である。
- トランペットは穏やかな小さい波が２回と大きく鋭い波が１回の連続である。
- クラリネットは正弦波が規則正しく３段階に分かれたきれいな波形である。
- 声は「あ」と「お」が酷似している
- 「い」「う」「え」が似ているが「い」と「え」が特に類似し細かい振動もある。
- 「う」は非常に単純できれいな振動である
- 声は全体的に三角波やノコギリ波に近い形を形成している。

②全体から推測できること

- 大きく２種類のパターンに分類できる

ほとんど全体としての振動が音を決定する振動。

大きな基本振動の中にさらに小さな振動がある。

- 管楽器なら管楽器、弦楽器なら弦楽器で似たような音がでるので基本の音は同じでそこから分かれてさらに細かく特有の振動を作る

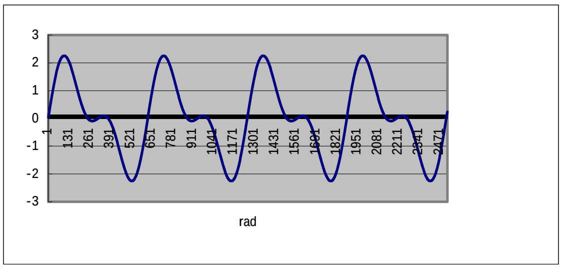
・声に関しても口のあけ方や口の中の形によって似ている音や複雑な音の出るものが決まる

＜基本波形の組み合わせで音色が作れるか検証してみた＞

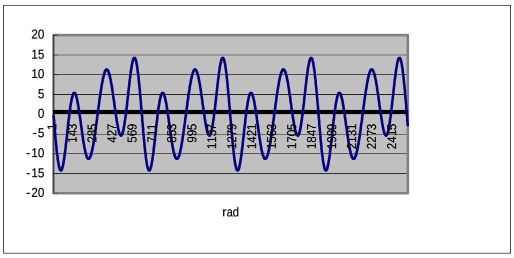
＜方法＞

正弦波の振幅振動数を変化させたものを加えて出来る波形の特徴を分析しながらそれによって少しずつ形を修正していきどこまで近いものが出来るかやってみる

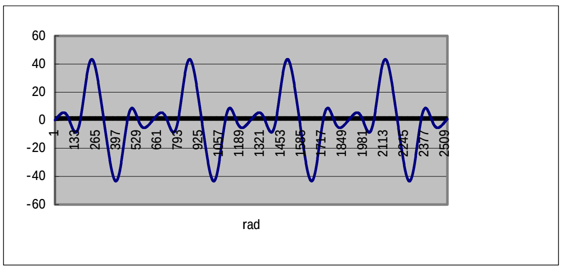
結果



「う」の音



クラリネット



トランペット

＜トランペットについて＞

　整数倍振動でないと作れませんでした。よってトランペットは開管であるということがわかります。

＜クラリネットについて＞

　奇数倍振動と１部偶数倍振動を入れて作ることが出来ました。よってクラリネットは閉管である事がわかります。

＜考察＞

　振動の微妙な部分は別としてだいぶ本物に近い形を作ることが出来ました。これを応用していけばどんなに細かくて複雑な振動の波形でもいろいろな正弦波を限りなく加えていくことで同じものを作り出せるのではないかと思われます。

＜まとめ＞

　波の干渉を音にも応用し、オシロスコープのデータを元にして、２個以上の正弦波を干渉させてそれぞれの音色に近いものを作り出せました。よってこれを応用すれば、限りなく正弦波を加えていくことでどんな複雑な波形も造ることが出来るのではないかと考えました。

＜調べてみてわかったこと＞

・実際にはクラリネットは閉管ですが、弱いと４倍振動が出てしまうようです。

・逆にどんな波形でも複数個の正弦波の和に分解でき、そうすることをフーリエ変換と言います。つまり波形を f とすると

$f(t)=A_1\sin(\omega t)+A_2\sin(2\omega t)+A_3\sin(3\omega t)+\cdots$　で表せます。

＜今後の課題＞

　特有の音が波形によって決まり、またそれはいくつもの基本波の重ね合わせで同じ音が出来るということがわかりましたが、光についてやほかの波の特徴については条件や時間の関係で調べませんでした。また、実際にはこのような理論がどこに生かされているのか、またそれはどのような仕組みになっているのかなど、波動という世界はもっと広がりがあります。音についてももっと詳しく調べればまだまだ発見できることがありそうでした。もしこれからも機会があれば研究していきたいと思います。